PRIMITIVE WURZELN DER PRIMZAHLEN VON DER FORM $2^x q^\lambda + 1$, IN WELCHER $q = 1$ ODER EINE UNGERADE PRIMZAHL IST

VON

G. WERTHEIM
in FRANKFURT a. M.

Wenn die Primzahl $p = 2^x q^\lambda \ldots r^\mu + 1$ ist, wo $x, \lambda, \ldots, \mu$ ganze positive Zahlen, $q, \ldots, r$ von einander verschiedene ungerade Primzahlen bezeichnen, so ist bekanntlich die Zahl a eine primitive Wurzel von p, wenn keine der Congruenzen

$$x^2 \equiv a, \qquad x^q \equiv a, \quad \ldots, \quad x^r \equiv a \pmod{p}$$

möglich ist. Die Untersuchung, ob a primitive Wurzel von p sei oder nicht, wird sich also um so einfacher gestalten, je weniger ungleiche Primfactoren $p - 1$ enthält. Es sei nun

I. $$p = 2^x + 1.$$

In diesem Falle ist a primitive Wurzel von p, wenn die Congruenz $x^2 \equiv a \pmod{p}$ unmöglich, d. h. wenn a quadratischer Nichtrest von p ist. Wir denken uns jetzt die Zahlen der Form $2^x + 1$ in folgender Weise geordnet:

$$\begin{array}{llll}
2^1 + 1, & 2^3 + 1, & 2^5 + 1, & \ldots \\
2^2 + 1, & 2^6 + 1, & 2^{10} + 1, & \ldots \\
2^4 + 1, & 2^{12} + 1, & 2^{20} + 1, & \ldots \\
2^8 + 1, & 2^{24} + 1, & 2^{40} + 1, & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}$$