SUR LES SÉRIES DE TAYLOR QUI ONT UNE INFINITÉ DE POINTS SINGULIERS

PAR

E. FABRY
à MONTPELLIER.

1. Une série, ordonnée suivant les puissances entières de la variable, définit une fonction analytique; s'il existe sur la circonférence de convergence des points non singuliers, la fonction est définie pour des points extérieurs au cercle de convergence par de nouvelles séries déduites de la première. Mais il y a des cas où ce prolongement analytique est impossible, c'est à dire où tous les points de la circonférence de convergence sont singuliers. M. FREDHOLM en a indiqué un exemple (C. R. 24 mars 1890). M. HADAMARD a montré (Journal de Liouville, 4ième série, t. 8) que la circonférence de convergence est une coupure pour la série $\Sigma a_\nu z^{c_\nu}$, où c_ν représente une suite de nombres entiers tels que $\frac{c_{\nu+1} - c_\nu}{c_\nu}$ reste supérieur à une quantité k fixe. M. BOREL a montré (C. R. 5 octobre 1896) que cela a lieu dans le cas plus général où $c_{\nu+1} - c_\nu > k\sqrt{c_\nu}$. Enfin j'ai démontré (Annales de l'Ecole normale, octobre 1896), qu'il en est de même toutes les fois que $c_{\nu+1} - c_\nu$ augmente indéfiniment, et même dans des cas plus généraux où la série peut être complète.

M. BOREL (C. R. 14 décembre 1896) considère comme les plus générales les séries dont les coefficients sont choisis arbitrairement, et indépendemment les uns des autres, et démontre que dans ce cas le prolongement analytique est impossible. J'ai donné (C. R. 18 janvier 1897)