THÉORÈME SUR LES SÉRIES ENTIÈRES

PAR

JACQUES HADAMARD

à BORDEAUX.

1. Soient deux séries de Maclaurin

$$f(z) = a_0 + a_1 z + \ldots + a_m z^m + \ldots \tag{1}$$

$$\varphi(t) = b_0 + b_1 t + \ldots + b_m t^m + \ldots, \tag{2}$$

convergentes dans des cercles ayant pour centre l'origine et pour rayons respectifs k et l.

La série

$$\psi(x) = a_0 b_0 + a_1 b_1 x + \ldots + a_m b_m x^m + \ldots \tag{3}$$

dont chaque coefficient est égal au produit des coefficients correspondants des séries (1) et (2), a son rayon de convergence au moins égal à kl. Nous allons démontrer, plus généralement, que *la fonction* $\psi(x)$ *n'a* (et cela *dans tout le plan*) *d'autres points singuliers que ceux que l'on obtient en multipliant les affixes des différents points siuguliers de* $f(z)$ *par celles des différents points singuliers de* $\varphi(t)$.

2. Une expression analytique bien connue de $\psi(x)$ est la suivante

$$\psi(x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(ze^{i\theta})\varphi(te^{-i\theta})\,d\theta, \tag{4}$$

z et t étant deux nombres fixes quelconques de modules respectivement inférieurs à k et l et satisfaisant à la relation

$$zt = x. \tag{5}$$