

SUR L'INTÉGRATION APPROCHÉE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES.

PAR

EMILE COTTON.

à GRENOBLE.

L'intégration¹ exacte d'un système d'équations différentielles n'étant possible que dans des cas exceptionnels, on est généralement amené en pratique à se contenter de solutions approchées.

Quelle que soit l'origine de ces solutions approchées, on peut en déduire des renseignements sur les solutions exactes, en déterminant un intervalle où celles-ci sont définies, et une gaine entourant la courbe intégrale approchée, où la courbe intégrale exacte reste comprise. C'est là le principal objet de ce Travail.

Voici la méthode suivie. Le procédé d'approximations successives de M. PICARD apprend à construire des séries donnant les solutions exactes; on prend comme premiers termes de ces séries les solutions approchées. On sait évaluer une limite supérieure des restes de ces séries quand on néglige les termes d'ordre supérieur à un entier donné n ; pour $n = 1$, on a les renseignements demandés.

Afin de les avoir aussi précis que possible, il est bon d'étudier avec soin la convergence des séries; c'est ce que nous avons fait tout d'abord (n^{os} 1—6). Nous sommes ainsi arrivés à perfectionner l'évaluation des restes, en en déterminant des limites supérieures qui sont solutions d'un système Σ d'équations linéaires à coefficients constants et positifs. Ce système se construit à l'aide du système différentiel donné S et des solutions approchées.

Parmi les conséquences de ces résultats, signalons la recherche de conditions suffisantes pour qu'une solution approchée ne diffère de la solution exacte que

¹ Il n'est question, dans cet article, que du domaine réel, et du problème de CAUCHY: les données numériques définissant une solution du système différentiel sont relatives à une seule valeur de la variable indépendante.