# SUR LES RACINES DE L'ÉQUATION $X_n = 0$

PAR

T. J. STIELTJES

à TOULOUSE.

1. Nous aurons à invoquer dans la suite une proposition d'algèbre que nous allons établir tout d'abord.

Soit

$$X = \sum_1^m \sum_1^m a_{ik} x_i x_k$$

une forme quadratique *positive* des variables $x_1, x_2, \ldots, x_m$.

On sait que les coefficients $a_{ii}$ sont positifs. Nous ajoutons maintenant la condition que les autres coefficients $a_{ik}$ soient tous négatifs ou nuls.

Considérons les $m$ équations linéaires

$$(1) \qquad \frac{1}{2}\frac{\partial X}{\partial x_i} = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{im}x_m = \xi_i. \qquad (i=1, 2, \ldots, m)$$

Nous supposons que les quantités $\xi_i$ sont toutes positives ou nulles. Dans ces conditions on peut énoncer la proposition suivante: »*Aucune des valeurs de* $x_1, x_2, \ldots, x_m$ *tirées des équations* (1) *ne peut être négative, et si les quantités* $\xi_i$ *sont toutes positives alors* $x_1, x_2, \ldots, x_m$ *le sont aussi.*»

Dans la démonstration suivante nous ferons abstraction du cas trivial

$$\xi_1 = \xi_2 = \ldots = \xi_m = 0$$

dans lequel on a aussi

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_m = 0.$$

On a

$$\sum_1^m \xi_i x_i = \sum_1^m \sum_1^m a_{ik} x_i x_k$$