DÉDUCTION DE QUELQUES FORMULES ANALYTIQUES D'UN THÉORÈME ÉLÉMENTAIRE DE LA THÉORIE DES NOMBRES

PAR

A. BERGER

À UPSAL.

Si l'on désigne par n un nombre impair positif, l'équation à deux inconnues x, y

$$(1) \qquad x^2 + y^2 = n$$

n'a évidemment qu'un nombre limité de solutions entières. Nous dirons, qu'une solution x, y de cette équation est propre ou impropre, selon que le plus grand commun diviseur positif des deux nombres x, y est égal à l'unité ou plus grand que l'unité; nous désignerons dans ce mémoire par

$$\psi(n, d)$$

le nombre des solutions x, y de l'équation (1), pour lesquelles le plus grand commun diviseur positif des nombres x, y est égal à d, et par suite

$$\psi(n, 1)$$

est égal au nombre des solutions propres de cette équation. En posant n sous la forme

$$(2) \qquad n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \ldots p_\nu^{\alpha_\nu},$$

ou $p_1, p_2, \ldots, p_\nu$ sont des nombres premiers positifs et différents les uns des autres, et où les exposants $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu$ satisfont aux conditions

$$(3) \qquad \alpha_1 \geqq 1, \qquad \alpha_2 \geqq 1, \quad \ldots, \quad \alpha_\nu \geqq 1,$$