

SUR LE PROBLÈME DE WATSON DANS LA THÉORIE DES SÉRIES ASYMPTOTIQUES ET SOLUTION D'UN PROBLÈME DE CARLEMAN DE LA THÉORIE DES FONCTIONS QUASI-ANALYTIQUES.

PAR

R. SAN JUAN

à MADRID.

Dans cet article, nous résolvons un problème proposé par M. Carleman dans son ouvrage «Les fonctions quasi-analytiques» (Paris 1926, pag. 77) ainsi que le problème qui lui correspond dans la théorie des séries asymptotiques, problème qui se présente tout naturellement quand on aborde celui de l'unicité de la somme dans la théorie des séries divergentes.

M. Carleman, avec l'esprit de pénétration qui le caractérise, avait remarqué déjà que ce problème ne peut pas être résolu au moyen des procédés habituels de la théorie des fonctions quasi-analytiques et qui consiste à réduire l'identité ou la diversité de deux fonctions, à l'annulation ou non de leur différence. Pour résoudre ce problème il faut une «méthode de décomposition»: C'est cette méthode que nous exposons dans les paragraphes I et II pour une génératrice de Stieltjes et de Laplace respectivement¹ mais qui pourrait être utilisé pour un algorithme quelconque avec génératrice, c'est-à-dire, intégrale ou série de la forme

$$\int_0^{\infty} \alpha(t) \Phi(t, z) dt \quad \text{ou} \quad \sum_{t=0}^{\infty} a_t \Phi_t(z)$$

¹ Un résumé fut présenté dans le Congrès d'Oslo (R. SAN JUAN. »Sur le problème de Watson etc.» Extrait des Atti du Congrès international des Mathématiciens. 1936, II pag. 94.