ÜBER DIE DARSTELLUNG WILLKÜRLICHER FUNCTIONEN.

Auszug eines Briefes an Herrn G. Mittag-Leffler

VON

C. RUNGE
in BERLIN.

Der Beweis, dass sich jede willkürliche stetige Function einer reellen Veränderlichen x in eine für alle in Betracht kommenden Werthe von x gleichmässig convergente Summe von rationalen Functionen entwickeln lässt, kann durch folgende elementare Betrachtungen geführt werden.

Die Function

$$\frac{1}{1+x^{2n}}$$

ist für $|x| \leqq 1 - \delta$ (wo δ eine beliebig kleine positive Grösse bedeutet) beliebig wenig von 1, für $|x| \geqq 1 + \delta$ beliebig wenig von Null verschieden, vorausgesetzt dass für n eine hinreichend grosse positive ganze Zahl gewählt wird.

Es bildet diese Function eine Art discontinuirlichen Factors, mit dessen Hilfe ich zunächst einen gleichmässig convergenten Ausdruck für eine gebrochene Linie herstellen werde.

Seien y_1 und y_2 zwei eindeutige stetige Functionen von x, welche für $x = 1$ denselben Werth besitzen, so wird

$$y_2 + \frac{1}{1+x^{2n}}(y_1 - y_2)$$