PERIODISCHE FUNKTIONEN UND SYSTEME VON UNENDLICH VIELEN LINEAREN GLEICHUNGEN.

Von

OSKAR PERRON

in TÜBINGEN.

(Auszug aus einem Schreiben an Herrn STÄCKEL).

...... In § 3 Ihrer soeben in den Acta Mathematica, Band 37, S. 59 ff. erschienenen Arbeit fragen Sie nach denjenigen Lösungen $a_1, a_2, a_3, \ldots$ des Gleichungssystems

$$\sum_{t=1}^{\infty} a_{n+t} \frac{c^{t-1}}{t!} = 0 \qquad (n = 0, 1, 2, \cdots), \tag{5}$$

welche zugleich einer Differenzengleichung r^{ter} Ordnung

$$a_{n+r} = \lambda_0 a_n + \lambda_1 a_{n+1} + \cdots + \lambda_{r-1} a_{n+r-1} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots) \tag{9}$$

genügen, wo dann die λ_ν als Unbekannte anzusehen sind. Natürlich soll die Zahl r so gewählt sein, dass a_n nicht schon einer Differenzengleichung von geringerer als der r^{ten} Ordnung mit konstanten Coefficienten genügt; insbesondere ist also $\lambda_0 \neq 0$.

Diese Frage lässt sich vollständig beantworten, wenn man auf die Differenzengleichung (9) die LAGRANGE' sche Auflösungsmethode anwendet. An Stelle der Unbekannten $\lambda_0, \lambda_1, \cdots \lambda_{r-1}$ führe man die Wurzeln $\varrho_1, \varrho_2, \cdots \varrho_r$ der Gleichung

$$\varrho^r = \lambda_0 + \lambda_1 \varrho + \cdots + \lambda_{r-1} \varrho^{r-1} \tag{A}$$

als neue Unbekannte ein. Wegen $\lambda_0 \neq 0$ sind diese Wurzeln $\neq 0$, und wie sich weiter unten zeigen wird, müssen sie notwendig auch von einander verschieden sein. Nimmt man das einstweilen als bewiesen an, so erhält man als LAGRANGE' sche Lösung von (9):