SUR QUELQUES FONCTIONS ARITHMÉTIQUES.

PAR

S. WIGERT

à STOCKHOLM.

Introduction.

Le présent travail contient les résultats d'une étude sur certaines fonctions ayant un rapport intime avec la *somme des diviseurs d'un entier*. Je commence par établir pour cette fonction arithmétique un théorème sur le vrai ordre de grandeur de ses valeurs maximales, théorème analogue à celui que j'ai démontré autrefois sur le *nombre* des diviseurs.[1] Dans la seconde partie je m'occupe de la fonction sommatoire $f(x)=\sum_{n\leq x}\sigma(n)$, en désignant par $n\sigma(n)$ la somme des diviseurs de n. Dans les deux paragraphes suivants j'ai examiné les fonctions $\sum_{n\leq x}\sigma(n)\log\frac{x}{n}=\int_1^x\frac{f(x)\,dx}{x}$ et $\frac{1}{\lfloor k}\sum_{n\leq x}\sigma(n)(x-n)^k$ dont la seconde s'obtient de $f(x)$ par intégration itérée entre les limites 1 et x. J'ai trouvé pour la dernière fonction une représentation analytique assez remarquable, dont l'exposé sera fait dans le quatrième paragraphe. Enfin l'étude de certaines séries figurant dans la dite formule de représentation m'ont conduit à une généralisation du théorème de STIELTJES sur la *multiplication Dirichletienne* de deux séries infinies.[2] La cinquième et dernière partie de ce mémoire est consacrée à la démonstration de ce théorème généralisé et à ses applications aux recherches précédentes.

---

[1] Arkiv för matematik, astronomi och fysik, Tome 3. Voir aussi le grand traité de M. E. LANDAU: Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen, I § 60, où l'on retrouve cette démonstration un peu simplifiée.

[2] LANDAU: Handbuch, II §§ 184, 185.