ZUR THEORIE DER ANALYTISCHEN FUNCTIONEN

VON

C. RUNGE
in BERLIN.

In den Monatsberichten der Kgl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Sitzung vom 12. August 1880, hat Herr WEIERSTRASS gezeigt, dass eine Summe von Potenzreihen mit gemeinsamen Convergenzbereich, soweit sie gleichmässig convergent ist, eine monogene analytische Function darstellt. Es ist aber die Frage offen gelassen, ob diese gleichmässige Convergenz nothwendig ist, damit eine monogene analytische Function dargestellt werde. Im Folgenden soll an einem Beispiel einer Summe von ganzen rationalen Functionen gezeigt werden, dass die gleichmässige Convergenz eines Ausdrucks nicht nothwendig ist, sondern dass dieselbe auf irgend welchen Linien in der Ebene der complexen Zahlen aufhören kann, während der Ausdruck dennoch überall convergirt und eine monogene analytische Function darstellt.

Der Ausdruck

$$\lim_{n=\infty} \frac{1}{n(nx-1)}$$

convergirt für alle Werthe von x und ist gleich Null. Denn ist x von Null verschieden, so wird für einen hinreichend grossen Werth von n $|nx-1|$ beliebig gross. Ist aber x gleich Null, so haben wir

$$\lim_{n=\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)$$

und das ist ebenfalls gleich Null.