SUR LA THÉORIE DES FONCTIONS ELLIPTIQUES

PAR

K. WEIERSTRASS

À BERLIN.

Traduit de l'allemand(¹) par A. Pautonnier à Paris.

L'objet de ce mémoire est de combler une lacune qui se trouve dans l'ouvrage de JACOBI: *Theorie der elliptischen Functionen aus den Eigenschaften der Thetareihen abgeleitet* (Gesammelte Werke, T. 1, p. 497) et sur laquelle j'ai appelé l'attention dans une note page 545. Par suite j'ai employé ici constamment les notations de JACOBI.

Pour exprimer les fonctions elliptiques

$$\sin\mathrm{am}\,(u,\ k), \qquad \cos\mathrm{am}\,(u,\ k), \qquad \Delta\,\mathrm{am}\,(u,\ k)$$

au moyen des fonctions de JACOBI

$$\theta(x,\ q) = 1 - 2q\cos 2x + 2q^4\cos 4x - 2q^9\cos 6x + \ldots$$

$$\theta_1(x,\ q) = 2\sqrt[4]{q}.(\sin x - q^2\sin 3x + q^6\sin 5x - \ldots)$$

$$\theta_2(x,\ q) = 2\sqrt[4]{q}.(\cos x + q^2\cos 3x + q^6\cos 6x + \ldots)$$

$$\theta_3(x,\ q) = 1 + 2q\cos 2x + 2q^4\cos 4x + 2q^9\cos 6x + \ldots$$

on a à résoudre le problème de déterminer pour chaque valeur donnée de k une valeur de q satisfaisant à l'équation

$$(1) \qquad \sqrt{k} = \frac{\theta_2(0,\ q)}{\theta_3(0,\ q)} = 2\sqrt[4]{q}.\frac{1 + q^2 + q^6 + q^{12} + \ldots}{1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 + \ldots}.$$

(¹) Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen aus den Sitzungsberichten der k. preussischen Akademie der Wissenschaften, 1883, p. 95—105, 163—173, 621—647.