SUR LES PRODUITS D'INVERSIONS.

Par

RENÉ LAGRANGE

à DIJON.

Introduction.

L'objet de cet article est l'étude de la transformation anallagmatique résultant des inversions faites successivement par rapport à n sphères données. Les résultats sont de forme simple et intéressante[1], et le problème se prête de manière remarquable à l'emploi de l'algorithme des points, plans et sphères, classique en géométrie différentielle anallagmatique. Le premier chapitre précise les notations et les résultats essentiels dont nous aurons besoin ici; il m'a paru intéressant de faire un exposé synthétique de cet algorithme indépendant de la définition des coordonnées polysphériques, de même que le calcul vectoriel permet de se libérer des coordonnées cartésiennes[2]. Le deuxième chapitre établit la formule qui représente le transformé anallagmatique d'un point ou d'une sphère par les inversions effectuées, dans l'ordre, par rapport à n sphères $U_1, U_2, \dots U_n$, de masses égales à 1. La transformation de la distance anallagmatique de deux points, ou de celle d'un point à une sphère, résulte de la transformation de la masse d'un point. Si h est la masse d'un point M, h_n celle de son transformé M_n, le rapport $\frac{h_n}{h}$ est une fonction du second degré du point M, dont les coefficients s'expriment de manière remarquable à l'aide des rayons des sphères et des vecteurs joignant les centres des sphères consécutives. Ce résultat a pu être obtenu grâce à l'usage d'une multiplication symbolique dont le principe est le suivant: étant donné des vecteurs numérotés, un monôme avec de tels vecteurs représente ce que l'on obtient en accouplant ces vecteurs, écrits dans l'ordre des numéros, de manière à former des carrés ou produits scalaires; il n'y a pas d'ambi-

[1] Un aperçu en a été publié aux C. R. A. S., T. 226 (1948), p. 625—27 et p. 866—68.

[2] Le rapprochement avec la géométrie analytique se fera naturellement.