SUR LES INTÉGRALES ALGÉBRIQUES DE DIFFÉRENTIELLES ALGÉBRIQUES[1]

PAR

G. HUMBERT

à PARIS.

1. Soit $f(x, y) = 0$ l'équation d'une courbe algébrique, et soit $\varphi(x, y)$ une fonction rationnelle quelconque; le problème qu'on se propose de traiter dans ce travail est le suivant:

Reconnaître si l'intégrale $I = \int \varphi(x, y)dx$, où y est liée à x par la relation $f(x, y) = 0$, est une fonction algébrique de x.

---

[1] Les résultats obtenus par M. HUMBERT ont déjà été trouvés par M. WEIERSTRASS bien des années auparavant et communiqués par lui dans son cours sur les fonctions abéliennes. Mais la méthode suivie par les deux savants est tout à fait différente. Chez M. WEIERSTRASS les conditions pour qu'une intégrale de la forme $\int R(x, y)dx$ soit une fonction algébrique de x découlent, comme simple corollaire, du théorème sur la réduction de chaque intégrale de la forme considérée à une somme d'intégrales normales de la première, de la seconde et de la troisième espèce. Pour effectuer cette réduction il faut et il suffit de connaître:

1° les coefficients des puissances négatives de t aux environs de tous les points analytiques pour lesquels le développement de $R(x_t, y_t)\dfrac{dx_t}{dt}$ contient en général des puissances négatives de t;

2° la valeur de $R(x, y)$ pour p points analytiques réguliers $(a_1, b_1), \ldots, (a_p, b_p)$ choisis arbitrairement.

Le théorème de M. WEIERSTRASS est cité, quoique sans démonstration, dans la thèse inaugurale de M. HETTNER (Berlin, 1877).

Le rédacteur en chef.