ÜBER SUMMEN VON GRÖSSTEN GANZEN

VON

JACOB HACKS

in BONN.

Stellt man sich die Aufgabe, mit zwei ganzen Zahlen a und b die Division mit zugehöriger Restbestimmung auszuführen, so tritt sofort der Begriff der grössten in einer Zahl enthaltenen ganzen Zahl auf. Der Quotient mit Vernachlässigung des Restes, ist die grösste in der Zahl $\frac{a}{b}$ enthaltene ganze Zahl. Diese Operation, zu deren Bezeichnung man ein besonderes Zeichen eingeführt hat, findet in den verschiedensten Zweigen der Zahlentheorie vielfache Anwendung. Es sind insbesondere *Summen* von grössten Ganzen, welche in der Zahlenlehre von grosser Wichtigkeit sind. Man denke nur an die Ausdrücke für die Summen von Divisoren sowie an den Algorithmus im dritten GAUSS'schen Beweis des Reciprocitätsgesetzes für die quadratischen Reste.

Betrachtet man nun diese Summen von grössten Ganzen, so fällt ein characteristischer Unterschied ins Auge. Gewisse Summen von grössten Ganzen, und zwar namentlich diejenigen, welche in der Lehre von der Teilbarkeit der Zahlen auftreten, sind so beschaffen, dass die unter dem Zeichen befindliche Function mit wachsendem Argument fortwährend abnimmt, während andere, z. B. die in der Theorie der quadratischen Reste auftretenden Summen von grössten Ganzen die Eigenschaft haben, dass die unter dem Zeichen befindliche Function mit wachsendem Argument fortwährend zunimmt. Diese Unterscheidung ist für specielle Fälle schon von ZELLER gemacht worden. ZELLER untersucht nämlich in der Abhandlung *Über Summen von grössten Ganzen bei arithmetischen Reihen* (Nachr. d. K. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen 1879, p. 243)