SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU TROISIÈME ORDRE ET D'ORDRE SUPÉRIEUR DONT L'INTÉGRALE GÉNÉRALE A SES POINTS CRITIQUES FIXES.

Par

JEAN CHAZY

à PARIS.

Introduction.

I. On sait l'intérêt que présente la recherche des équations différentielles dont l'intégrale générale est uniforme. Elle est un premier pas dans l'étude des intégrales d'une équation différentielle quelconque. D'autre part elle peut conduire, et a conduit effectivement, à la découverte de fonctions uniformes nouvelles. La plupart des fonctions classiques, la fonction exponentielle, les fonctions elliptiques, les fonctions automorphes, etc., sont intégrales d'équations différentielles, dont l'intégrale générale est uniforme, et qui ne sont linéaires ni pour les fonctions elliptiques, ni pour les fonctions automorphes: si l'on détermine a priori les équations différentielles non linéaires, dont l'intégrale générale est uniforme, on peut donc espérer trouver parmi leurs intégrales des transcendantes dont l'importance pour les différentes branches de l'Analyse sera révélée ultérieurement. On est conduit à rechercher d'abord les équations différentielles dont l'intégrale générale a ses points critiques fixes, c'est-à-dire indépendants des constantes d'intégration.

Fuchs a déterminé les équations du premier ordre, algébriques par rapport à la fonction et à sa dérivée, dont l'intégrale générale a ses point critiques fixes, et M. Poincaré a montré[1] que ces équations ont leur intégrale générale algébrique, ou bien sont réductibles algébriquement, soit à une quadrature, soit à une équation de Riccati, c'est-à-dire à une équation linéaire du second ordre: les équations à points critiques fixes du premier ordre ne sauraient donc définir de transcendantes nouvelles.

M. Painlevé a constitué une méthode pour former les équations à points critiques fixes du second ordre. Il a appliqué cette méthode aux équations

---

[1] *Comptes Rendus*, juillet 1884.