Acta Math., 168 (1992), 249–272

Sur l'application de Wahl des courbes satisfaisant la condition de Brill–Noether–Petri

par

CLAIRE VOISIN

Université de Paris-Sud
Orsay, France

§ 0. Introduction

Ce travail était motivé initialement par la lecture de [15] et la remarque que les courbes contenues dans une surface K3 S, telle que Pic S est engendré par la classe de C, possèdent des fibrés vectoriels de rang 2, stables, de déterminant égal à K_C, et exceptionnels par leur nombre de sections. Par exemple, si g est pair, $g=2s$, le théorème 3 de [15] entraîne :

0.1. Théorème. *Il existe sur une telle surface* K3 S *un fibré* E *de rang* 2 *stable, tel que* $\det E=\mathcal{O}_S(C)$, $c_2(E)=s+1$, $h^0(E)=s+2$.

Utilisant les techniques de [10], [17], il est facile de voir que si $C\subset S$ est générique, C a un nombre fini de $g^1_{s+1}|L|$, sans points fixes, et que pour chacun d'eux $E|_C$ peut s'écrire comme une extension : $0\to L\to E|_C\to K_C-L\to 0$, telle que $h^0(E_C)=h^0(L)+h^0(K_C-L)$. Cette extension ne peut pas être scindée (puisqu'il y a plusieurs g^1_{s+1} sur C), et fournit une classe $e\in H^1(2L-K_C)$ envoyée sur 0 dans le groupe $\mathrm{Hom}(H^0(K_C-L),H^1(L))$.

0.2. L'existence d'une telle classe est donc une condition nécessaire pour que C soit contenue dans une surface K3 S, avec Pic $S=C$. On a évidemment un critère analogue en genre impair. (Le rapporteur m'informe que cette observation a été également faite par Mukai, dans un travail non publié.)

Il est alors naturel de se demander si le critère 0.2 est impliqué par le critère de Wahl [18], [3] :

0.3. Théorème. *Si C est contenue dans une surface* K3, *l'application de Wahl* Ψ_C *de C n'est pas surjective.*

(On rappelle (cf [5], [7]) que $\Psi_C\colon \Lambda^2H^0(K_C)\to H^0(K_C^{\otimes 3})$ peut se définir comme la