Quantification geometrique, operateurs d'entrelacement et representations unitaires de $\widetilde{SL}_3(\mathbf{R})$

by

PIERRE TORASSO

Université de Poitiers
Poitiers, France

Introduction

Nous désignons par $\widetilde{SL}_3(\mathbf{R})$ le revêtement connexe simplement connexe du groupe $SL_3(\mathbf{R})$ et par π la projection canonique de $\widetilde{SL}_3(\mathbf{R})$ sur $SL_3(\mathbf{R})$. Le groupe $SO_3(\mathbf{R})$ est un sous-groupe compact maximal de $SL_3(\mathbf{R})$ dont l'image réciproque par π dans $\widetilde{SL}_3(\mathbf{R})$ est isomorphe à SU_2. Il est usuel de paramétrer les représentations unitaires irréductibles de SU_2 par leur spin qui est un demi-entier $k/2$ avec $k \in \mathbf{N}$.

La classification des représentations unitaires irréductibles de $\widetilde{SL}_3(\mathbf{R})$ a été achevée par D. Sijacki [15]. Dans le dual unitaire de $\widetilde{SL}_3(\mathbf{R})$ l'ensemble des représentations, non triviales, et « multiplicity free » i.e. dont les SU_2-types interviennent avec la multiplicité 1, est constitué de deux familles continues de représentations de $SL_3(\mathbf{R})$, $\varrho_{\varepsilon,\lambda}$, $\varepsilon=\pm 1$, $\lambda \in \mathbf{R}$, et d'une seule représentation fidèle de $\widetilde{SL}_3(\mathbf{R}), \tilde{\varrho}$; ces représentations qui ont respectivement pour SU_2-types $2k$, $k \in \mathbf{N}$, $2k+1$, $k \in \mathbf{N}$, $2k+1/2$, $k \in \mathbf{N}$, avaient déjà été découvertes par D. W. Joseph [10].

Les deux familles continues de représentations dont il est question ici sont bien connues. On peut les obtenir en appliquant aux orbites non triviales de dimension minimale (à savoir 4) de la représentation coadjointe de $SL_3(\mathbf{R})$ la méthode « des orbites de Kirillov ». Autrement dit, ces représentations sont des séries principales dégénérées induites à partir d'un caractère unitaire d'un parabolique maximal. En terme de quantification géométrique cette construction revient à quantifier en utilisant une polarisation $\widetilde{SL}_3(\mathbf{R})$-invariante sur chacune des orbites en question (cf. [20]). Les orbites considérées constituent une famille $\mathcal{O}_\lambda$, $\lambda \in \mathbf{R}$ et à chaque orbite on associe ainsi les deux représentations $\varrho_{\varepsilon,\lambda}$, $\varepsilon=\pm 1$.

La représentation $\tilde{\varrho}$ est particulièrement intéressante; elle présente beaucoup d'analogies avec les représentations de Shale-Weil pour les groupes métaplectiques réels, à savoir :

11 − 838283 Acta Mathematica 150. Imprimé le 15 août 1983