

EXTRAIT D'UN MÉMOIRE INÉDIT DE
HENRI POINCARÉ
SUR LES FONCTIONS FUCHSIENNES¹.

Dans la dernière livraison du Journal de BORCHARDT² M. FUCHS a publié un Mémoire dont le résumé se trouve dans une lettre à M. HERMITE insérée aux Comptes rendus³. Ce Mémoire se rapporte aux équations du second ordre. Je supposerai que l'équation différentielle considérée est ramenée à la forme canonique

$$\frac{d^2y}{dx^2} = Qy.$$

¹ L'Académie des Sciences à Paris avait proposé pour sujet d'un grand prix des Sciences mathématiques à décerner en 1880 la question suivante: „Perfectionner en quelque point important la théorie des équations différentielles linéaires à une seule variable indépendante“. Le Mémoire qu'on va lire a été présenté au Concours; il est très intéressant parce qu'il nous permet de suivre les idées de POINCARÉ sur les fonctions fuchsiennes depuis leur toute première origine.

Le Mémoire se compose de deux parties distinctes. La première Partie, que nous ne reproduisons pas, contient les recherches sur les intégrales irrégulières des équations différentielles linéaires que POINCARÉ a développées avec plus de détails dans deux Mémoires insérés respectivement dans l'American Journal of Mathematics t. 7 (1885), p. 203—258 et dans les Acta mathematica t. 8 (1886), p. 295—344. Quant à la deuxième Partie POINCARÉ dit qu'il contient les réflexions que lui a inspirées la lecture d'un Mémoire de L. FUCHS. POINCARÉ a reçu ce Mémoire au commencement du mois de mai 1880 et son Mémoire est arrivé à l'Académie le 28 mai 1880. On voit par là l'extrême rapidité avec laquelle travaillait POINCARÉ.

En désignant par $f(x)$ et $\varphi(x)$ deux intégrales d'une équation différentielle linéaire du second ordre et en posant

$$\frac{f(x)}{\varphi(x)} = z$$

FUCHS avait fait remarquer que, à certaines conditions, x est une fonction méromorphe de z . POINCARÉ démontre que les conditions énoncées par FUCHS ne sont pas suffisantes. POINCARÉ s'occupe surtout du cas où l'intégration de l'équation peut se faire à l'aide des fonctions doublement périodiques et du cas où l'équation différentielle n'admet que deux points singuliers à distance finie. C'est par une étude approfondie de ces deux cas que POINCARÉ a été amené à créer la théorie générale des fonctions qu'il a désignées par le nom de FUCHS. N. E. NÖRLUND.

² t. 89 (1880), p. 151—169.

³ t. 90 (1880), p. 678—680.