Acta Math., 179 (1997), 41–77

Troncature pour les espaces symétriques réductifs

par

PATRICK DELORME

Institut de Mathématiques de Luminy
Marseille, France

0. Introduction

Soient G un groupe de Lie réductif dans la classe de Harish-Chandra, σ une involution de G, θ une involution de Cartan de G commutant à σ, H un sous-groupe ouvert du groupe des points fixes de σ, K le sous-groupe des points fixes de θ et $\mathbf{D}(G/H)$ l'algèbre des opérateurs différentiels G-invariants sur G/H. Soit $\mathfrak{a}_\varnothing$ un sous-espace abélien maximal du sous-espace des éléments de $\mathfrak{g}$ anti-invariants par la différentielle de σ et celle de θ. Si P est un sous-groupe parabolique $\sigma\theta$-stable de G, contenant $A_\varnothing = \exp \mathfrak{a}_\varnothing$, on note $P = M_P^1 A_P N_P$ sa σ-décomposition de Langlands où $M_P = M_P^1 A_P$ est le sous-groupe de Levi θ-stable de P et $A_P \subset A_\varnothing$. Soient M, M' des sous-groupes de Levi θ-stables de sous-groupes paraboliques $\sigma\theta$-stables de G. Soit τ une représentation unitaire de dimension finie de K. On dispose de la version τ-sphérique des fonctions $\mathrm{II}'_{\mathrm{hol}}(\Lambda)$ relativement à M (voir [6]) et on considère l'espace engendré par leurs combinaisons linéaires quand Λ varie. On le note $\mathrm{II}'_{\mathrm{hol}}(G, M, \tau)$. On introduit même un espace plus gros $\widetilde{\mathrm{II}'_{\mathrm{hol}}}(G, M, \tau)$ afin d'y inclure la multiplication des intégrales d'Einsenstein par un polynôme convenable (cf. [6, proposition 2]). Si $F \in \widetilde{\mathrm{II}'_{\mathrm{hol}}}(G, M, \tau)$, elle définit en particulier une famille de fonctions τ-sphériques sur G/H, tempérées, $\mathbf{D}(G/H)$-finies, paramétrée par $i\mathfrak{a}_M^*$, $\lambda \mapsto F(\lambda)$. On suppose, pour simplifier l'exposé introductif, que $\mathfrak{a}_\varnothing$ ne rencontre le centre de $\mathfrak{g}$ qu'en 0. Soit $T \in \mathfrak{a}_\varnothing$, régulier par rapport aux racines de $\mathfrak{a}_\varnothing$ dans $\mathfrak{g}$. On définit $S_T \subset G/H$ par : $k(\exp X)H \in S_T$ si et seulement si X appartient à l'enveloppe convexe de T sous le groupe de Weyl de $\mathfrak{a}_\varnothing$, pour $k \in K$, $X \in \mathfrak{a}_\varnothing$. On note 1_{S_T} l'indicatrice de S_T. On prouve, par une démonstration calquée sur celle d'Arthur [1, théorème 8.1], que, pour $F' \in \widetilde{\mathrm{II}'_{\mathrm{hol}}}(G, M', \tau)$, l'expression :

$$\Omega^T(F, F', \lambda, \lambda') := \int_{G/H} 1_{S_T}(x)\,(F(\lambda)(x), F'(\lambda')(x))\,dx$$

est asymptotique à une fonction analytique en (λ, λ'), $\omega^T(F, F', \lambda, \lambda')$, quand $\|T\|$ tend vers $+\infty$ et T reste dans un cône fermé privé de $\{0\}$ et contenu dans une chambre de Weyl