ESPACES DE DIRICHLET

I. LE CAS ÉLÉMENTAIRE

PAR

A. BEURLING et J. DENY (1)

The Institute for Advanced Study, Princeton, N.J.

Introduction

Cet article est une introduction à l'étude d'une classe d'espaces fonctionnels dont nous allons donner la définition générale.

On appelle *contraction* du plan complexe C toute transformation T qui diminue la distance : $|T\zeta_1 - T\zeta_2| \leqslant |\zeta_1 - \zeta_2|$ pour tout couple de nombres complexes ζ_1 et ζ_2; une contraction est dite *normale* si elle conserve l'origine de C. L'ensemble des points de C invariants par une contraction normale est évidemment convexe et fermé, et il contient l'origine.

La *projection* T_E sur un ensemble convexe fermé E de C contenant l'origine, c'est-à-dire la transformation qui, à tout point ζ de C fait correspondre l'unique point de E dont la distance à ζ soit minimum, est évidemment une contraction normale; la projection T_J sur le segment unité $0 \leqslant \operatorname{Re} \zeta \leqslant 1$ de l'axe réel jouera un rôle particulièrement important ($\operatorname{Re} \zeta$ désigne la partie réelle de ζ), mais on utilisera aussi la contraction $\zeta \to \operatorname{Re}^+ \zeta$ qui est la projection sur l'axe réel positif, et la contraction $\zeta \to |\zeta|$ qui n'est pas une projection, mais laisse invariant l'axe réel positif.

Soit X un espace de Hausdorff localement compact, sur lequel il existe une mesure de Radon positive ξ partout dense (tout ouvert non vide de X est de mesure strictement positive pour ξ); on désigne par C l'espace des fonctions continues à valeurs complexes et à support compact.

---

(1) This research was partly supported by the United States Air Force through the Air Force Office of Scientific Research of the Air Research and Development Command under contract No. AF 18 (600)–1109. Reproduction in whole or in part is permitted for any purpose of the United States Government.