DIE REDUKTIONSTHEORIE DER POSITIVEN QUADRATISCHEN FORMEN

VON

B. L. VAN DER WAERDEN

in Zürich

„Obschon die rationalen quadratischen Formen zu den ältesten Gebieten der Zahlentheorie überhaupt gehören, haben sie doch bisher nur im binären Fall eine einigermassen abschliessende Behandlung erfahren. Was darüber hinaus angeboten wird, befindet sich in einem chaotischen unbefriedigenden Zustand, wie die enzyklopädische Darstellung von Bachmann deutlich erkennen lässt. Nirgends bemerkt man, dass leitende Gesichtspunkte in den Vordergrund gestellt und nebensächliche ihnen untergeordnet werden.“

H. BRANDT, Über Stammformen. *Ber. Verh. sächs. Akad. Leipzig*, 100 (1952), S. 3.

Einleitung

Seit Brandt die eben zitierten Worte geschrieben hat, ist das Buch von Eichler, *Quadratische Formen und orthogonale Gruppen* (Springer 1952), erschienen, in dem wirklich leitende Gesichtspunkte in den Vordergrund gestellt sind. Jedoch ist damit erst ein Anfang gemacht, denn vieles Wichtige ist bei Eichler nicht ausgeführt und im Ganzen ist die Theorie nach wie vor, wie Brandt ganz richtig sagt, in einem chaotischen Zustand.

Fragen wir z. B. ganz konkret: Was wissen wir von den Darstellungen gegebener Zahlen durch quaternäre Formen? so finden wir in der Literatur einerseits die allgemeine Maßformel von Siegel[1], andererseits eine Reihe von zerstreuten Untersuchungen mit ganz verschiedenen Methoden über spezielle Formen wie

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4,) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2. \tag{A}$$

[1] C. L. SIEGEL, Analytische Theorie der quadratischen Formon I. *Annals of Math.*, 40, 52. Dazu Kap. 5 des Buches von EICHLER.