

# ÄHNLICHKEITSANALYSE VON GRUPPENRELATIONEN

VON

HELMUT SCHIEK

*in Bonn*

## Einleitung

In dieser Arbeit wird für eine bestimmte Klasse von Gruppen das Wortproblem gelöst. Wie Novikoff [5] gezeigt hat, ist das Wortproblem für Gruppen in seiner allgemeinsten Form unlösbar; es kann also kein Entscheidungsverfahren geben, das gleichzeitig für *alle* Gruppen anwendbar ist — wohl aber ist ein solches Verfahren möglich für gewisse Klassen von Gruppen. Für Gruppen mit *einer* definierenden Relation hat Magnus [4] das Wortproblem gelöst; in den letzten Jahren hat Tartakowski [6]–[9], englische Übersetzung von [6]–[8] in [10]) für eine große Klasse von Gruppen ein Entscheidungsverfahren angegeben; eine weitere Arbeit stammt von Haken [2].

In der vorliegenden Untersuchung gehen wir aus von einem freien Produkt  $\tilde{\mathfrak{F}}_a$  aus freien abelschen Gruppen; wir können  $\tilde{\mathfrak{F}}_a$  also ansehen als eine Gruppe, in der gewisse Vertauschungsrelationen als definierende Relationen angenommen werden. Zusätzlich zu diesen Vertauschungsrelationen werden dann noch weitere definierende Relationen eingeführt, die gewissen Bedingungen genügen. Für die so definierte Klasse von Gruppen kann ein Entscheidungsverfahren für das Wortproblem angegeben werden.

Das verwendete Entscheidungsverfahren ist ein Reduktionsverfahren, das uns gestattet, zu jedem Folgewort  $W_0$ , das nicht das Leerwort ist (in der betrachteten Gruppe also die Einheit darstellt), ein weiteres Folgewort  $W_1$  anzugeben mit einer geringeren Anzahl von „Sektoren“ als  $W_0$ . Dieses Entscheidungsverfahren beruht auf einem Satz, demzufolge für Gruppen der betrachteten Art das zu einem Folgewort  $W$  gehörige (im trivialen Sinne) reduzierte Wort  $\bar{W}$  stets ein Teilwort enthält, das gleichzeitig „charakteristisches Teilwort“ ist eines definierenden Wortes. Das Entscheidende hierbei ist, daß bei dem Reduktionsverfahren von mindestens einem de-