UN THÉORÈME SUR LES FONCTIONS BORNÉES ET UNIFORMÉMENT CONTINUES SUR L'AXE RÉEL.

PAR

ARNE BEURLING.

à UPSAL.

Le théorème que nous allons établir dans cette Note fait partie d'une théorie spectrale encore inpubliée, et sa démonstration primordiale reposait sur l'usage de la théorie générale des intégrales de Fourier. Même si le théorème en question appartient à cette branche de l'Analyse, on peut l'établir par des méthodes élémentaires et c'est pour cette raison-là que nous le publions ici séparément avec quelques applications immédiates.

Convergence non uniforme des fonctions bornées et continues sur un ensemble ouvert.

Soit O un ensemble ouvert de points, et ψ, ainsi que $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$ des fonctions bornées et continues sur O. En désignant d'une manière générale par $\|\psi\|$ la borne supérieure du module $|\psi|$ sur O, la convergence uniforme de la suite φ_n vers ψ se traduit par la condition

$$\lim_{n=\infty} \|\psi - \varphi_n\| = 0.$$

Nous allons dans cette recherche employer une notion particulière de convergence, appellée dans la suite *convergence étroite* et définie ainsi: la suite φ_n sera dite étroitement convergente sur O, si

1° elle converge uniformément sur tout ensemble fermé inclus dans O,

2° $\lim\limits_{n=\infty} \|\varphi_n\| = \|\psi\| < \infty$, où ψ désigne la fonction limite de la suite.