ÜBER DIE DIOPHANTISCHE GLEICHUNG $x^l + y^l = cz^l$.

Von

PETER DÉNES

in Budapest.

Mit dem Problem der Lösbarkeit der unbestimmten Gleichung

$$x^l + y^l = cz^l \tag{1}$$

in rationalen ganzen, nicht verschwindenden Zahlen x, y, z beschäftigen sich eine Anzahl von Arbeiten[1], welche die Unlösbarkeit der Gleichung (1) für gewisse Primzahlexponenten und spezielle rationale ganze Zahlen c bewiesen. Unter den Werten von c ist besonders $c = 2$ von grossem Interesse, weil eine Anzahl von Diophantischen Problemen auf diese Gleichung zurückgeführt werden kann[2]; die Unlösbarkeit der Gleichung

$$x^n + y^n = 2z^n, \ \ xyz \neq 0, 1 \tag{2}$$

in rationalen ganzen Zahlen x, y, z ist bis jetzt jedoch nur für die Exponenten $n = 3, 4, 5$ und deren Mehrfache bestätigt.[3] Es ist jedoch sehr wahrscheinlich, dass die Gleichung (2), wenn $n > 2$, keine rationale ganze Lösung hat.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, weitere Untersuchungen bezüglich der Lösbarkeit der Gleichung (1) zu unternehmen und für die Zahl c solche Bedingungen zu

---

[1] U. a.: 1 a) E. MAILLET: Acta Math., Bd. 24, 1901, S. 247—256. 1 b) ——: Ann. di Mat. pura ed appl., Ser. III, Bd. 12, 1906, S. 145—178. 1 c) S. LUBELSKI: Prace Matematyczne-Fizyczne, Bd. 42, 1935, S. 11—44. 1 d) H. S. VANDIVER: Monatshefte f. Math. u. Phys., Bd. 43, 1936, S. 317—320.

[2] Siehe diesbezüglich u. a.: R. OBLÁTH: Tohoku Math. Journ., Bd. 38, 1933, S. 73—92. ——: Matematikai és Fizikai Lapok, Bd. 47, 1940, S. 58—77. ——: Revista Matematica Hispano-Americana, Serie 4^0, Bd. I, 1941, S. 122—143. ——: Journ. of the London Math. Soc., Bd. 23, 1948, S. 252—253. ——: Matematikai Lapok, Bd. I, 1950, S. 138—139. P. ERDÖS: Journ. of the London Math. Soc., Bd. 14, 1939, S. 245—249. P. Erdös informierte mich ferner über seine neue, im Bd. 26, 1951. des Journ. of the London Math. Soc. erscheinende Arbeit: $\binom{n}{k}$ ist keine m-te Potenz, falls $m > 1$, $k > 3$, $n \geq 2k$, und gab seiner Vermutung Ausdruck, dass der Satz wahrscheinlich auch für $k = 2$ und $k = 3$ gültig bleibt, wenn $m > 2$ ist. Die Vermutung wird durch die Sätze 7 bis 9 für eine Reihe von Primexponenten bestätigt.

[3] EULER: Algebra II, § 247. LEGENDRE: Essai sur la théorie des nombres, An. VI, S. 409. LEJEUNE DIRICHLET: Crelle's Journal, Bd. 3, 1828, S. 354—376.