Lascar, B. and Lerner, N.
Osaka J. Math.
39 (2002), 511–521

PROPAGATION DES SINGULARITÉS GEVREY POUR DES ÉQUATIONS DE TYPE PRINCIPAL SATISFAISANT LA CONDITION (P)

BERNARD LASCAR and NICOLAS LERNER

(Reçu le October 30, 2000)

1. Énoncé du théorème

L'objectif de ce travail est d'étendre au cas général des équations de type principal vérifiant la condition (P), le résultat de [6] sur l'équation de Cauchy-Riemann dégénérée.

On va donc énoncer un résultat de propagation des singularités Gevrey sous la condition (P). On s'intéresse spécifiquement à la propagation des singularités le long des bicaractéristiques unidimensionnelles, qui représente le cas le plus difficile et celui en particulier où les partitions de Beals-Feffermann [1] sont requises.

Il y a donc des microlocalisations suivant les trois types de propriétés satisaites par la partie imaginaire du symbole. Chacune de ces zones requiert une analyse et des conditions sur les classes de Gevrey différentes. Ceci va faire que l'on n'a pas, contrairement à [6] des conditions optimales sur les indices de Gevrey.

On présente notre résultat sous une forme où on a déjà réduit le symbole, à l'aide du théorème de préparation de Malgrange à $p = \tau + i(f(t,x,\xi) + r(t,x,\xi))$ où f est homogène de degré 1 et vérifie la condition (P) tandis que r est un terme d'ordre inférieur.

Nous préférons ici un énoncé semi-classique qui est plus commode et essentiellement équivalent.

Soit

$$P = D_t + iF\left(t, x, \frac{D_x}{\Lambda}\right) \tag{1.1}$$

un opérateur pseudo-différentiel où $F = (f(t,X))^{w_\Lambda}$, $(t,X) \in \mathbb{R}^{2n+1}$ est le quantifié de Weyl avec grand paramètre Λ du symbole $f(t,X,\Lambda) = \Lambda f_0(t,X) + r(t,X,\Lambda)$, voir (2.1). $f_0(t,X)$ est donc le symbole principal de F, $r(t,X)$ est un terme d'ordre 0.

On suppose que $f(t,X)$ est de degré 1 en Λ, que son symbole principal $f_0(t,X)$ est réel et vérifie la condition (P) à savoir que pour tout $X \in \mathbb{R}^{2n}$, la fonction $t \to f_0(t,X)$ ne change pas de signe.

On suppose que $f(t,X)$ est de régularité $G^{s'}$.