

SUR LES SCINDEMENTS DE HEEGAARD DU TORE T^3

MICHEL BOILEAU & JEAN-PIERRE OTAL

Abstract

We prove that there is, up to isotopy, a unique Heegaard splitting of a given genus $g \geq 3$ in the 3-torus T^3 . Using Meek's results, this classification theorem gives that two minimal surfaces of a given genus $g \geq 3$ in a flat torus are isotopic. This implies, in particular, the topological uniqueness of triply periodic minimal surfaces in \mathbf{R}^3 .

Un scindement de Heegaard de genre g d'une variété fermée orientable de dimension 3, M , est une surface (orientable) de genre g , plongée dans M et séparant M en deux bretzels, c'est-à-dire en deux variétés obtenues chacune par recollement d'anses d'indice 1 sur le bord d'une boule. La classification à isotopie près de tous les scindements de Heegaard d'une variété de dimension trois donnée n'a été obtenue pour l'instant que dans quelques cas très particuliers: la sphère S^3 ([16]), et les espaces lenticulaires ([2]). Le résultat de B. Lawson ([9]) qui montre que toute surface minimale plongée dans une variété de dimension 3 à courbure de Ricci strictement positive est un scindement de Heegaard permet d'en déduire l'unicité à isotopie près des surfaces minimales fermées d'un genre donnée dans S^3 ([9]) et aussi dans les espaces lenticulaires, ces variétés étant munies par exemple de leur métrique sphérique.

Dans cet article, on classe à isotopie près les scindements de Heegaard du tore T^3 . Le résultat principal est le suivant:

Théorème. *A isotopie près, il existe, pour tout $g \geq 3$, un seul scindement de Heegaard de genre g du tore T^3 .*

Pour $g = 3$, ce résultat avait été obtenue par C. Frohman et J. Hass en utilisant la théorie des surfaces minimales ([6]). Leur résultat montrait que tout scindement de genre 3 est isotope au scindement *standard* dont nous rappelons la construction: si on considère le tore T^3 comme le quotient d'un cube par identification des faces opposées, le bord d'un voisinage régulier de l'image des arêtes du cube est un scindement de Heegaard de genre 3, dit *standard* (cf. Figure 1).