

44. Zur konformen Abbildung zweifach zusammenhängender Gebiete, I.

Von Yûsaku KOMATU.

Institut für Mathematik, Kaiserliche Universität zu Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., May 12, 1945.)

In der Theorie der konformen Abbildung von zweifach zusammenhängenden Gebieten werden gewisse Gebiete normaler Gestalt, etwa konzentrische Kreisringe, Parallel-, Kreisbogen- oder Radialschlitzgebiete usw., oft als Normalgrundgebiete aufgenommen. Ist ein beliebiges zweifach zusammenhängendes Gebiet vorgegeben, so weist die Abbildung auf das eine von solchen Gebieten unter anderem verschiedene besondere Extremaleigenschaften auf. Darauf hin, wenn wir als vorgegebenes Grundgebiet einen konzentrischen Kreisring nehmen, so mag die Abbildung von ihm auf ein anderes solcher Gebiete als die Extremalabbildung in Frage kommen. Um verschiedene Schranken der Extremalprobleme bezüglich irgendeiner Familie der Abbildungsfunktionen quantitativ zu bestimmen, sollen wir also zuerst die expliziten Gestalten solcher speziellen Abbildungsfunktionen festsetzen. In den vorliegenden und nachfolgenden Noten soll der Verfasser sich mit einer systematischen Herleitung der expliziten Ausdrücke solcher speziellen Funktionen, der Schrankenbestimmung verschiedener Verzerrungssätze sowie den verwandten Problemen für die in einem Kreisringe schlichte Abbildungsfunktionenfamilie beschäftigen¹⁾.

A. Einige spezielle Abbildungsfunktionen.

1. Verallgemeinerte Greensche Funktion eines Kreisringes.

Wir betrachten zuerst eine Funktion $f(z; z_\infty)$, deren reeller Teil die Greensche Funktion mit dem Pol z_∞ von einem vorgegebenen konzentrischen Kreisringe R : $q < |z| < 1$ liefert. Sie verhält sich, von einem einzigen inneren Punkte z_∞ ($q < |z_\infty| < 1$) abgesehen, überall in R analytisch, aber dort vieldeutig, und läßt sich bekanntlich²⁾ darstellen etwa in der Gestalt

$$f(z; z_\infty) = \lg \frac{\sigma_3\left(i \lg \frac{z_\infty z}{q}\right)}{\sigma\left(i \lg \frac{z}{z_\infty}\right)} + \left(\frac{1}{\lg q} + \frac{2\eta_1}{\pi}\right) \lg(q^{-\frac{1}{2}} |z_\infty|) \lg z + B(z_\infty),$$

1) In bezug auf betreffende Probleme für die Parallelschlitzabbildung vgl. man etwa Y. Komatu, Die Geschwindigkeitspotentiale und die Kutta-Joukowski'schen Bedingungen für die Strömungen in vielfach zusammenhängenden Gebieten, II. Proc. **21** (1945), 83-93; Über Verzerrungen bei der konformen Parallelschlitzabbildung von zweifach zusammenhängenden Gebieten. Proc. **21** (1945), 1-5.

2) Vgl. etwa die in Anm. 1) genannte erste Note.