78. *Transformé de Fourier et produit de convolution de bons opérateurs*

Par H. CHARRIÈRE
Institut de Recherche Mathématique Avancée, Strasbourg, France

(Communicated by Shokichi IYANAGA, M. J. A., Sept. 12, 1986)

1. Les bons opérateurs analytiques linéaires. Pour tout $\rho \in \boldsymbol{R}$, on notera

$$\mathcal{B}_\rho^l = \{a = \sum_{n \in \boldsymbol{N}^p} a_n x^n,\ a_n \in \boldsymbol{C}^l \mid \|a\|_\rho = \sum \|a_n\| \rho^{|n|} < +\infty\}.$$

Introduisons les sous-ensembles $N_{l,p}$ de $\boldsymbol{N}^p \times \boldsymbol{N}^p$ définis par récurrence sur p par

$N_{1,1} = \{(k, j) \in \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{N} \mid k \geqslant j\}$; $N_{2,1} = \{(k, j) \in \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{N} \mid k < j\}$;

$N_{l,p+1} = \{(k, j) \in \boldsymbol{N}^{p+1} \times \boldsymbol{N}^{p+1} \mid ((k_1, \cdots, k_p), (j_1, \cdots, j_p)) \in N_{l,p}$ et $k_{p+1} \geqslant j_{p+1}\}$ pour tout l vérifiant $1 \leqslant l \leqslant 2^p$;

$N_{l,p+1} = \{(k, j) \in \boldsymbol{N}^{p+1} \times \boldsymbol{N}^{p+1} \mid ((k_1, \cdots, k_p), (j_1, \cdots, j_p)) \in N_{l-2^p,p}$ et $k_{p+1} < j_{p+1}\}$ pour tout l vérifiant $2^p + 1 \leqslant l \leqslant 2^{p+1}$.

Définition 1. Un bon opérateur analytique linéaire est une application linéaire

$$Q : \mathcal{B}_\rho^n \longmapsto \mathcal{B}_{\rho'}^m \qquad \text{définie par}$$

1°) la donnée d'une famille $(Q_{k,j})_{k \in \boldsymbol{N}^p, j \in \boldsymbol{N}^p}$ de $m \times n$-matrices à éléments complexes pour laquelle il existe des nombres réels positifs c_l et des p-uples de nombres réels positifs a_l, b_l $(1 \leqslant l \leqslant 2^p)$ vérifiant

$$\|Q_{k,j}\| \leqslant c_l a_l^k b_l^j \qquad \text{pour tout } (k, j) \in N_{l,p}.$$

2°) $$Q(\sum_j f_j x^j) = \sum_{(k,j)} Q_{k,j} f_j x^k.$$

Remarque. Un bon opérateur linéaire est continu de $\mathcal{B}_\rho^n$ dans $\mathcal{B}_{\rho'}^m$.

Exemples. La dérivation d/dx ; l'intégration $\int_0^x$; la mesure de Dirac ; la translation $t_a : f \longmapsto \{x \longmapsto f(x+a)\}$; la multiplication par un élément $g \in \mathcal{B}_\rho : f \longmapsto g \cdot f$ (pour ne pas confondre cet opérateur avec la fonction g ou la distribution g on le notera $g_{op.}$ et on l'appellera *bon opérateur fonction* g) ; l'opérateur *partie non polaire* de $h = \sum_{n>0} h_n x^{-n}$, $P_{np.}(h)$ est défini par : $f \longmapsto \{\text{partie non polaire de } h \cdot f\}$.

Définition 2. La dérivée d'un bon opérateur Q est par définition le bon opérateur

$$\frac{dQ}{dx} = \left[\frac{d}{dx},\ Q\right].$$

2. Transformé de Fourier d'un bon opérateur.

Définition 3. Le transformé de Fourier (resp. transformé de Fourier inverse) d'un bon opérateur $Q = (Q_{k,j})_{k \in \boldsymbol{N}^p,\ j \in \boldsymbol{N}^p}$ est le bon opérateur $\mathcal{F}(Q)$ (resp. $\overline{\mathcal{F}}(Q)$) défini par