

MITTLERE VERZERRUNGEN BEI KONFORMER ABBILDUNG  
EINES AUFGESCHLITZTEN STREIFENS.

Von YŪsaku KOMATU.

1. In einer früheren Note<sup>(1)</sup> hat der Verfasser sich beschäftigt mit der Aufgabe über mittlere Verzerrungen bei konformer Abbildung in den Fällen einiger speziellen Typen von kanonischen Schlitzgebieten. In der vorliegenden Note betrachten wir einen weiteren Typus von kanonischen Grundgebieten, welche dadurch entsteht, daß man einen horizontalen Parallelstreifen längs einiger horizontalen oder vertikalen Geradenschlitze aufgeschlitzt, und wir sollen dann die der früheren entsprechende Aufgabe behandeln.

Im allgemeinen, läßt sich jedes  $n+1$ -fach zusammenhängende Gebiet in der  $w$ -Ebene mit nicht ausgearteten Randkomponenten — nur der solche Fall ist wesentlich! — schlicht auf einen horizontal oder vertikal aufgeschlitzten Parallelstreifen derart abbilden, daß ein ausgezeichnetes Randkontinuum in die Begrenzungsgeraden  $\mathcal{J}w = \pm\pi/2$ ,  $-\infty < \Re w < +\infty$  und die übrigen Randkontinua vorge-schriebenweise in die horizontalen oder vertikalen Schlitze übergehen; weiter sollen dabei zwei ausgezeichnete auf dem erstgenannten Randkontinuum gelegene Randelemente in  $-\infty + i0$  bzw.  $+\infty + i0$  übergehen. Solche Abbildung ist nicht nur stets möglich, sondern eindeutig bestimmt bis auf eine Verschiebung in der Richtung der reellen Achse in der  $z$ -Ebene.<sup>(2)</sup>

Wir nehmen nun der Einfachheit halber an, daß ein gegebenes  $n+1$ -fach zusammenhängendes Gebiet  $D$  in der  $w$ -Ebene als äußerstes Randkomponent auch die Geraden  $\mathcal{J}w = \pm\pi/2$ ,  $-\infty < \Re w < +\infty$  besitzt und also dessen übrigen Randkontinua im Streifen  $|\mathcal{J}w| < \pi/2$  enthalten sind, und ferner, daß bei der betrachteten Abbildung der soeben erwähnten Art die äußersten Begrenzungsgeraden einander entsprechen und überdies die zwei unendlichfern liegende Randelemente invariant bleiben sollen.

Es sei

$$z = h(w)$$

eine in  $D$  schlichte Funktion welche dieses Gebiet unter Festhaltung der Randelemente  $\pm\infty + i0$  abbildet auf ein in der  $z$ -Ebene gelgenes Gebiet derselben Art wie  $D$ . Es ist leicht zu sehen, daß solche Funktion der Liemesbeziehung

$$h(w) = w(1 + o(1))$$

$$(w \in D, \quad \Re w \rightarrow \pm\infty)$$

genügt, welche zum Ideenkreis des Begriffs der Winkelderivierte gehört. Aber wir können ferner genauere asymptotische Beziehungen

$$h(w) = w + b_{\pm}[h] + o(1)$$

$$(w \in D, \quad \Re w \rightarrow \pm\infty)$$

behaupten; hierbei bedeuten  $b_{+}[h]$  und  $b_{-}[h]$  irgendwelche reelle Konstanten. Diese Beziehungen gelten sogar gleichmäßig mit Einschluß der äußersten Begrenzungsgeraden von  $D$ .<sup>(3)</sup> Wir führen nun die Bezeichnung ein:

$$\beta[h] = b_{+}[h] - b_{-}[h]$$

$$\equiv \lim_{w \rightarrow \infty} (h(w) - h(-w) - 2w).$$

Wir bezeichnen nun mit

$$z = f(w) \quad \text{bzw.} \quad z = g(w)$$

die auf der erwähnten Weise normierte Funktion welche die Abbildung vom gegebenen Gebiet  $D$  auf einen längs lauter horizontaler bzw. vertikaler Geradenschlitze aufgeschlitzten Parallelstreifen vermittelt. Dann sind diese beiden Funktionen, dahin auch die Größen  $b_{\pm}[f]$  und  $b_{\pm}[g]$  bis auf die additiven reellen Konstanten bestimmt. Die reellen Größen  $\beta[f]$  und  $\beta[g]$  sind dagegen von der Wahl der Abbildungsfunktionen unabhängig und durch das Urgebiet  $D$  eindeutig bestimmt. Diese beiden Gebietskonstanten lassen sich durch gewisse Extremaleigenschaften charakterisieren. In der Tat, bezeichnen wir mit  $\mathcal{Q}$  die Familie derjenigen Funktionen, welche das Gebiet  $D$  unter Festhaltung der Randelemente  $\pm\infty + i0$  schlicht abbilden auf beliebige Gebiete derselben Art wie  $D$ , dann lauten die Extremalcharaktere: