Sur les groupes de Chevalley.

Par Takashi ONO

(Reçu le 18 avril, 1958)

Soit $\mathfrak{g}$ une algèbre de Lie semi-simple sur le corps C des nombres complexes. C. Chevalley [1] a construit, comme nous allons le rappeler dans § 1 de cette note, une algèbre de Lie $\mathfrak{g}_K$ sur un corps K quelconque qui a, en un certain sens, la "même structure" que celle de $\mathfrak{g}$ réduite modulo la caractéristique de K . Moyennant $\mathfrak{g}_K$, il a construit un groupe G_K comme un sous-groupe du groupe $A(\mathfrak{g}_K)$ des automorphismes de $\mathfrak{g}_K$, et démontré que le groupe G_K' des commutateurs de G_K est un groupe simple (sauf quelques cas d'exception qui sont très rares) si l'algèbre $\mathfrak{g}$ est simple, classique ou exceptionnelle.¹⁾

Une des questions²⁾ posées à la fin de [1] peut être exprimée comme suit :

(A) Le groupe G_K , est-il toujours un groupe algébrique, si K est infini ?

(B) Si G_K est algébrique, dans quels cas G_K est la composante algébrique de l'identité dans $A(\mathfrak{g}_K)$ et dans quels cas l'algèbre de Lie de G_K est isomorphe à $\mathfrak{g}_K$?

Dans ce qui suit, nous résoudrons la question (A) en affirmative (Théorème 2), et donnerons une réponse (partielle) à la question (B) (Théorème 3).

La théorie de la réduction modulo p des groupes algébriques se montre utile dans la démonstration, et il nous semble aussi que cette théorie éclaircirait plus d'un point dans la description de [1]. Par exemple, soit en effet $K = F_q, F_q$ étant le corps fini à q éléments et q étant une puissance d'un nombre premier p . On verra alors que, pour presque tous les p , le groupe fini $G_K = G_{F_q}$ construit dans [1] est formé des points rationnels sur F_q du groupe algébrique obtenu du groupe adjoint de $\mathfrak{g}$ par la réduction modulo p (Corollaire 2), ce qui mettra en évidence la signification de la construction donnée dans [1].

Je désire exprimer ici ma reconnaissance à Monsieur E. Abe pour sa communication sur le Théorème 1.

---

1) [1], § IV. Théorème 3, Corollaire.

2) [1], § V. 3.