EIN SYSTEM VON LINEAREN HOMOGENEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN, WELCHE AUF ZWEI PARAMETERN ABHÄNGEN

KEN-ICHI TAKAHASHI

(Received November 12, 1955)

1. Einleitung. In dieser Abhandlung möchte ich die folgende Abhandlung erweitern: M. Hukuhara: Sur les propriétés asymptotiques des solutions d'un système d'équation différentielles linéaires contenant un paramètre. Er erörterte die Fälle von der Art, dass die charakteristische Gleichung nicht nur verschiedene Wurzeln hat, sondern auch noch mehrfache Wurzeln hat. Ferner erweiterte er dies zum Falle einer komplexen unabhängigen Veränderlichen.¹⁾

Andererseits erörterte C. C. Hurd die asymptotische Entwicklung der Lösung einer linearen homogenen Differentialgleichung n -ter Ordnung, welche auf einen Parameter abhängt.²⁾ Wenn alle Wurzeln der charakteristischen Gleichung voneinander verschieden sind, dann braucht es keine Voraussetzung zu unserem Zwecke.³⁾ Wenn die charakteristische Gleichung mehrfache Wurzeln hat, dann kann man diesen Zweck nach der Betrachtung der charakteristischen Hilfsgleichung erreichen.⁴⁾ Ferner erörterte er die asymptotische Entwicklung der Lösung einer linearen homogenen Differentialgleichung n -ter Ordnung, welche auf zwei Parametern abhängt.⁵⁾ Dabei betrachtete er nur den Fall dass die charakteristische Gleichung verschiedene Wurzeln hatte. Es genügte ihm keine Voraussetzung zu betrachten, welche der charakteristischen Hilfsgleichung der Differentialgleichung entsprach, die auf einen Parameter abhängte.

In dieser Abhandlung wollen wir nur eine Differentialgleichung behandeln, welche auf zwei Parametern abhängt und deren charakteristische Gleichung mehrfache Wurzeln hat.

2. Formale Lösung. Wir betrachten ein System von linearen homogenen Differentialgleichungen, welche auf zwei Parametern abhängen:

$$(1) \quad y'_j = \lambda^2 \mu \sum_{k=1}^2 a_{jk}(x, \lambda, \mu) y_k \quad (j = 1, 2).$$

Mit Benutzung einer Matrix lässt sich (1) folgendermassen umschreiben:

$$Y' = \lambda^2 \mu A(x, \lambda, \mu) Y.$$

1) Vgl. [1].

2) Vgl. [2].

3) Vgl. [2]. §3 (1).

4) Vgl. [2]. §3 (27b).

5) Vgl. [3].