GROUPES SIMPLES DE CHEVALLEY

EIICHI ABE

(Received November 22, 1960)

1. Introduction. Utilisant la théorie des algèbres de Lie semi-simples, Chevalley [1] a construit des groupes simples attachés à tous les types de groupes continus simples complexes (classiques ou exceptionnels). Dans le présent mémoire, nous donnerons une autre démonstration de la simplicité des groupes de Chevalley. Récemment, R. Steinberg [6] a construit certains groupes simples attachés à certains types de groupes continus simples réels en faisant une modification aux groupes de Chevalley de types A_n , D_n ($n \geq 4$), E_6 , d'ailleurs il a construit une classe de groupes simples qui ne sont pas attachés à aucuns groupes simples continus réels en faisant une autre modification aux groupes de Chevalley de types D_4 . Notre démonstration de la simplicité peut aussi s'appliquer à ces groupes et, bien qu'ils soient très rares, nous pouvons démontrer la simplicité de certains groupes modifiés qui sont exceptés dans la démonstration de Steinberg.

Les groupes de Chevalley et leurs modifications par Steinberg seront introduits dans les paragraphes 4 et 7. Après avoir donné dans le paragraphe 2 certains résultats connus sur les algèbres de Lie semi-simples, nous introduirons dans les paragraphes 3 et 5 certaines classes de sous-algèbres maximales et de sous-groupes maximaux. Celles-là sont des généralisations des sous-algèbres traitées par Sato [4] sur les algèbres linéaires spéciales et recherchées en général par Dynkin [2] sur les algèbres semi-simples complexes. Si le corps de base est algébriquement clos de caractéristique 0, ceux-ci sont des sous-groupes algébriques des groupes de Chevalley dont les algèbres de Lie sont isomorphes à celles-là. La démonstration de la simplicité sera donnée dans le paragraphe 6 dans lequel les sous-groupes maximaux introduits au préalable joueront un rôle important. Cette méthode de la démonstration est de plus analogue à celle d'Iwasawa [3] sur les groupes projectifs spéciaux et à celle de Tamagawa [7] qui a appliqué sa méthode aux groupes orthogonaux.

2. Préliminaire. Soient $\mathfrak{g}$ une algèbre de Lie semi-simple de rang n sur le corps C des nombres complexes; $\mathfrak{h}$ une sous-algèbre de Cartan de $\mathfrak{g}$; Δ le système des racines $\neq 0$ de $\mathfrak{g}$ (par rapport à $\mathfrak{h}$), et soit $B(X, Y)$ la forme de