Tôhoku Math. Journ.
23(1971), 621–639.

DAS ANFANGSWERTVERHALTEN VON EVOLUTIONS-GLEICHUNGEN IN BANACHRÄUMEN TEIL II: ANWENDUNGEN

W. KÖHNEN

(Received January 27, 1971)

4. **Einführung und bekannte Resultate**. Diese Arbeit ist der zweite Teil der Abhandlung "W.Köhnen: Das Anfangswertverhalten von Evolutionsgleichungen in Banachräumen, Tôhoku Math. Journ. 22(1970), 566-596." Den Inhalt dieser Arbeit setzen wir im folgenden als bekannt voraus. Formal ist der Zusammenhang mit dem ersten Teil dadurch gekennzeichnet, dass die Numerierung der Abschnitte sowie der Literaturzitate an diesen anschliesst.

Wir wollen nun -wie in Abschnitt 1.1 schon angedeutet- aufbauend auf den Ergebnissen von Teil I, das Verhalten der Grösse $\|u(t;f)-f\|$ für $t\to 0+$ in Abhängigkeit von f untersuchen. Dabei ist $u(t;f)$ starke Lösung des Anfangswertproblems für die abstrakte inhomogene Evolutionsgleichung

$$(4.1)\qquad \begin{cases} u'(t) = \dfrac{du}{dt} = A(t)u + F(t) \qquad (0 < t \leqq T,\ T > 0) \\ u(0) = f, \quad f \in \mathbf{X} \end{cases}$$

mit linearem, abgeschlossenem, im allgemeinen unbeschränktem Operator $A(t)$ in einem komplexem Banachraum $\mathbf{X}$ mit der Norm $\|\cdot\|$. Die erzielten Resultate wenden wir dann auf konkrete Anfangswertprobleme für Differentialgleichungen vom parabolischen Typ an. Damit können physikalische Aussagen über Ausgleichsvorgänge, also z.B. über gewisse Probleme der Wärmeleitung, der Diffusion und anderer ähnlicher Prozesse gewonnen werden.

Unsere approximationstheoretischen Untersuchungen betreffen Lösungen des Problems (4.1), welche durch den nachfolgenden Satz geliefert werden.

SATZ 4.1 (H. Tanabe [28] und P.E. Sobolevskij [24]). *Erfüllt die Schar der Operatoren $A(t)$ $(0 \leqq t \leqq T)$ die Voraussetzungen von Satz* 1.1 *und ist $F(t)$ eine auf $[0,T]$ definierte Funktion mit Werten in $\mathbf{X}$, die hölderstetig ist, d.h.*

$$(4.2)\qquad \|F(t)-F(r)\| \leqq C'|t-r|^{\gamma} \qquad (0<\gamma\leqq 1;\ t,r\in[0,T]),$$

dann hat das Problem (4.1) *eine eindeutige Lösung*