

## HOMOTOPIE FILTREE ET FIBRES $C^\infty$

PAR

STEPHEN HALPERIN<sup>1</sup> ET DANIEL TANRÉ<sup>2</sup>

**This paper is dedicated to the memory of K.T. Chen**

### 1. Introduction

Dans trois articles fondamentaux, Quillen [19], [20] et Sullivan [21] introduisent (entre autres choses) une théorie d'homotopie dans la catégorie des ADGC (algèbres différentielles graduées commutatives) sur  $\mathbf{Q}$ . Dans cette optique, une ADGC devient, non seulement un outil pour le calcul d'une algèbre de cohomologie, mais aussi un représentant d'un *type d'homotopie* à partir duquel on peut calculer bien d'autres invariants homotopiques, par exemple, une algèbre de Lie d'homotopie.

Dans cet article, nous établissons une théorie analogue pour la catégorie des ADGC filtrées. Le principe est le même que celui de Quillen: on définit trois classes de morphismes qui joueront les rôles de cofibrations, de fibrations et d'équivalences faibles dans une catégorie à modèles, et l'on essaie ensuite de vérifier les axiomes. Dans ce cas, comme nous le verrons par la suite, la plupart des axiomes se vérifient, ce qui permet la construction d'une théorie d'homotopie. En analogie avec les ADGC ordinaires, on peut donc considérer une ADGC filtrée non plus comme une machine pour le calcul d'une suite spectrale, mais comme le représentant d'un type d'homotopie, qui possède de nombreux autres invariants intéressants, par exemple, une suite spectrale d'algèbres de Lie (§9).

Si l'idée est, comme dans le cas des ADGC ordinaires, d'établir un analogue d'une catégorie à modèles, la technique provient d'un tout autre domaine: celui de la *perturbation*. Elle intervient de la manière suivante: on fixe un entier  $r \geq 0$  et, à l'aide du foncteur "*r*-ième terme de la suite spectrale", on envoie la catégorie des ADGC filtrées dans celle des ADGC bigraduées, où s'applique directement la théorie classique. Le problème principal devient alors, de remonter aux ADGC filtrées, et c'est ce problème qu'on résout par un processus de perturbation.

---

Received February 10, 1989

<sup>1</sup>This research partially supported by an NSERC operating grant.

<sup>2</sup>U.A. au C.N.R.S. 751.