

# SUR UNE ÉQUATION LINÉAIRE DU SECOND ORDRE À COEFFICIENTS DOUBLEMENT PÉRIODIQUES

PAR

M. ELLIOT,

à BESANÇON.

L'objet de ce travail est l'intégration d'une équation différentielle à coefficients doublement périodiques qui comprend comme cas particulier l'équation de LAMÉ. Dans une lettre adressée à M. HEINE,<sup>(1)</sup> M. HERMITE, à qui l'on doit la solution complète de l'équation de LAMÉ,<sup>(2)</sup> en a achevé l'étude par l'examen du cas où le module est égal à l'unité, et a fait connaître en même temps trois équations linéaires qui ont pour intégrales des fonctions doublement périodiques de seconde espèce. C'est l'une de ces équations dont je m'occupe ici; elle peut s'écrire

$$(1) \quad \frac{d^2X}{dz^2} - 2m \frac{\lambda'(z)}{\lambda(z)} \frac{dX}{dz} = [(n - m + 1)(n + m)k^2\lambda^2(z) + h_1]X$$

$m$  et  $n$  étant des entiers positifs,  $h_1$  une constante quelconque, et  $\lambda(z)$  la fonction elliptique au module  $k$ .

La propriété qu'ont en général deux des intégrales de cette équation d'être des fonctions de seconde espèce conduit naturellement à l'introduction de leurs dérivées logarithmiques qui sont des fonctions de première

---

<sup>(1)</sup> Journal de Crelle, Tome 89.

<sup>(2)</sup> Annali di matematica, Serie II Tome IX et Comptes Rendus, Années 1877 et suivantes.