

ZWEI BEWEISE EINES VON HERRN FATOU VERMUTETEN SATZES.

Aus einem Briefwechsel zwischen

A. HURWITZ und G. PÓLYA
in ZÜRICH.

Herr FATOU¹ vermutete, dass sich der Konvergenzkreis für eine beliebige Potenzreihe zur natürlichen Grenze machen lässt, bloss durch geeignete Änderung der *Vorzeichen* der Koeffizienten. Genauer gesagt handelt es sich um folgenden Satz:

Es sei der Einheitskreis der wahre Konvergenzkreis der Potenzreihe

$$a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n + \cdots;$$

dann lässt sich eine unendliche Folge

$$\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n, \dots,$$

wo die ε_n nur der beiden Werte $+1$ und -1 fähig sind, derart bestimmen, dass die Reihe

$$\varepsilon_0 a_0 + \varepsilon_1 a_1 x + \varepsilon_2 a_2 x^2 + \cdots + \varepsilon_n a_n x^n + \cdots$$

den Einheitskreis zur natürlichen Grenze hat.

Das Paradoxe, wovon dieser hübsche Satz zweifellos etwas an sich hat, tritt vielleicht durch folgenden Umstand am besten hervor: es gibt Bedingungen, die sich *nur auf die absoluten Beträge* der Koeffizienten beziehen, und die zur Folge haben, dass die Potenzreihe nicht über ihren Konvergenzkreis hinaus

¹ Acta Mathematica, Bd. 30, S. 335 ff. (vgl. S. 400).