

ÜBER BESTÄNDIG CONVERGIRENDE POTENZREIHEN
MIT RATIONALEN ZAHLENCOEFFICIENTEN UND VORGESCHRIEBENEN NULLSTELLEN

VON

A. HURWITZ
in KÖNIGSBERG i. Pr.

Den Quotienten zweier reeller ganzen Zahlen bezeichne ich im Folgenden als *reelle rationale Zahl* und verstehe unter einer rationalen Zahl schlechthin jede Grösse $a + bi$, deren Componenten a und b reelle rationale Zahlen sind.

Es sei irgend eine Potenzreihe

$$(1) \quad \mathfrak{P}(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$$

gegeben. Dann kann man stets, und zwar auf unendlich viele Weisen, eine beständig convergirende Potenzreihe $g(x)$ so bestimmen, dass die Entwicklung des Produktes

$$(2) \quad \mathfrak{P}(x) \cdot e^{g(x)} = r_0 + r_1x + r_2x^2 + \dots$$

lauter rationale Coefficienten besitzt. Wenn in's besondere die Coefficienten $a_0, a_1, a_2, \dots$ von $\mathfrak{P}(x)$ reell sind, so kann man die Bestimmung von $g(x)$ so treffen, dass die Coefficienten $r_0, r_1, r_2, \dots$ reelle rationale Zahlen werden.

Zum Beweise dieses Satzes nehme man eine unendliche Reihe positiver Grössen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots$ an, welche nur der Bedingung unterworfen sind, dass die Potenzreihe

$$(3) \quad \varepsilon_1x + \varepsilon_2x^2 + \varepsilon_3x^3 + \dots$$